

UEMG UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MINAS GERAIS.

EDITAL DO PROCESSO SELETIVO – VESTIBULAR UEMG 2023.

PROVA DE CONHECIMENTOS GERAIS.

43. Um professor lançou o seguinte desafio aos seus alunos, calcular o valor da expressão.

$A = \left(\frac{14(x^3 - y^3)}{(7x^2 - 7y^2)(x^2 + xy + y^2)} \right)^{-1}$, para $x=2023$ e $y=2013$. Respondeu, corretamente, o aluno que calculou o valor:

- a) 0,5
- b) 1
- c) 2018
- d) 4036

RESOLUÇÃO: Devemos começar resolvendo a fatoração, primeiro vamos inverter para tirar a potência negativa:

$$A = \left(\frac{14(x^3 - y^3)}{(7x^2 - 7y^2)(x^2 + xy + y^2)} \right)^{-1} = \frac{(7x^2 - 7y^2)(x^2 + xy + y^2)}{14(x^3 - y^3)}$$

Fatorando agora as expressões temos:

$$A = \frac{7(x^2 - y^2)(x^2 + xy + y^2)}{14(x - y)(x^2 + xy + y^2)}$$

Dividindo por 7 numerador e denominador, e por $(x^2 + xy + y^2)$

$$A = \frac{(x^2 - y^2)}{2(x - y)}$$

Fatorando $(x^2 - y^2) = (x + y)(x - y)$

$$A = \frac{(x + y)(x - y)}{2(x - y)} = \frac{(x + y)}{2}$$

Substituindo x e y pelo valores dados temos

$$A = \frac{(x + y)}{2} = \frac{2023 + 2013}{2} = \frac{4036}{2} = 2018$$

$$\frac{4x+6}{2x-6}$$

47. Seja a função $f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$, sendo $f(x) = \frac{4x+6}{2x-6}$, dado que $h(x) = f(f(x))$, então o domínio da função $h(x)$ é:

- a) $\mathbb{R} - \{3\}$
- b) $\mathbb{R} - \{-6\}$
- c) $\mathbb{R} - \{-12\}$
- d) $\mathbb{R} - \{12\}$

Primeiramente precisamos encontrar a função $h(x)$. para calcular o domínio devemos fazer $-x+12 \neq 0$ ou seja $x \neq 12$

$$h(x) = \frac{4f+6}{2f-6} = \frac{4\left(\frac{4x+6}{2x-6}\right)+6}{2\left(\frac{4x+6}{2x-6}\right)-6}$$

$$h(x) = \frac{\frac{16x+24}{2x-6}+6}{\frac{8x+12}{2x-6}-6} = \frac{\frac{16x+24+6(2x-6)}{2x-6}}{\frac{8x+12-6(2x-6)}{2x-6}}$$

$$h(x) = \frac{16x+24+6(2x-6)}{8x+12-6(2x-6)}$$

$$h(x) = \frac{16x+24+12x-36}{8x+12-12x+36}$$

$$h(x) = \frac{28x-12}{-4x+48} =$$

$$h(x) = \frac{4(7x-3)}{4(-x+12)}$$

$$h(x) = \frac{(7x-3)}{(-x+12)}$$

para calcular o domínio devemos fazer $-x+12 \neq 0$ ou seja $x \neq 12$

48. Seja $A = \begin{bmatrix} \operatorname{sen} x & 1 \\ \operatorname{cos} x & 1 \end{bmatrix}$, com $0 < x < 2\pi$ e sabendo que $\det A = 0$, temos que $x =$

a) $\left\{ \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2} \right\}$

b) $\left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4} \right\}$

c) $\left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\}$

d) $\left\{ \frac{\pi}{4} \right\}$

Vamos começar resolvendo o determinante:

$$\det A = \begin{vmatrix} \operatorname{sen} x & 1 \\ \operatorname{cos} x & 1 \end{vmatrix} = \operatorname{sen} x \cdot 1 - \operatorname{cos} x \cdot 1 = \operatorname{sen} x - \operatorname{cos} x$$

como $\det A = 0$ então

$$\operatorname{sen} x - \operatorname{cos} x = 0, \text{ logo } \operatorname{sen} x = \operatorname{cos} x$$

para resolver essa equação temos que $0 < x < 2\pi$, então $x = \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$